

Минобрнауки России

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)**

УТВЕРЖДАЮ



Заведующий кафедрой
Кургалин Сергей Дмитриевич
Кафедра цифровых технологий

25.06.2021

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.12 Математический анализ

1. Код и наименование направления подготовки/специальности:

02.03.01 Математика и компьютерные науки

2. Профиль подготовки/специализация:

Квантовая теория информации, Распределенные системы и искусственный интеллект

3. Квалификация (степень) выпускника:

Бакалавриат

4. Форма обучения:

Очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины:

Кафедра цифровых технологий

6. Составители программы:

Семенов Михаил Евгеньевич, доктор физико-математических наук, профессор

7. Рекомендована:

протокол НМС ФКН № 5 от 10.03.2021

8. Учебный год:

2021-2022 и 2022-2023

9. Цели и задачи учебной дисциплины:

Целью дисциплины является овладение студентами аппаратом математического анализа, фундаментальными математическими знаниями, служащими основой для дальнейшего изучения всех естественнонаучных дисциплин.

Задачами дисциплины являются: овладение понятийным аппаратом математического анализа, изучение основных методов и инструментов математического анализа и их применение к решению прикладных задач, изучение дифференциального и интегрального исчисления функций одной и многих переменных, знакомство с теорией пределов и рядов, изучение основ теории функции комплексной переменной.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к обязательной части блока Б1. Для успешного освоения дисциплины достаточно хороших знаний школьной математики.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки),

соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников) и индикаторами их достижения:

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности	ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знает постановки классических задач математического анализа; методы формулировки и доказательства математических утверждений; дифференциальное и интегральное исчисление функций одной и многих переменных; комплексный анализ.

Код и название компетенции	Код и название индикатора компетенции	Знания, умения, навыки
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.2 Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Умеет применять методы математического анализа для решения задач профессиональной деятельности; применять полученные знания для математически корректной постановки новых задач в различных областях; применять аппарат математического анализа для доказательства утверждений и теорем.</p>
<p>ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.3 Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>	<p>Владеет навыками самостоятельного выбора методов математического анализа для решения различных задач; навыками использования методов решения классических задач математического анализа для решения различных естественнонаучных задач; навыками анализа и интерпретации результатов решения задач.</p>

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час:

15/540

Форма промежуточной аттестации:

Экзамен

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы	Семестр 1	Семестр 2	Семестр 3	Всего
Аудиторные занятия	84	80	68	232
Лекционные занятия	34	32	34	100
Практические занятия	50	48	34	132
Лабораторные занятия				0
Самостоятельная работа	60	64	76	200
Курсовая работа				0
Промежуточная аттестация	36	36	36	108
Часы на контроль	36	36	36	108
Всего	180	180	180	540

13.1. Содержание дисциплины

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
1	Теория множеств. Числовые множества. Отображение множеств	Множества. Операции над множествами. Свойства операций пересечения, объединения разности, декартового произведения. Множество натуральных чисел. Метод математической индукции. Понятие отображения. Композиция отображений. Сюръективные и инъективные отображения. Биективные отображения. Обратное отображение. Счетные множества. Множество целых чисел, множество рациональных чисел. Плотность рациональных чисел. Действительные числа. Аксиоматика действительных чисел. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества вещественных чисел. Модуль, абсолютная величина числа. Промежутки, окрестности. Принцип вложенных отрезков. Элементарные функции вещественного переменного. Бином Ньютона. Ограниченные множества. Точные грани множеств. Свойства точной верхней и нижней грани множества. Понятие последовательности и подпоследовательности.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
2	Предел числовой последовательности, Предел функции, непрерывность	<p>Предел последовательности. Единственность предела. Предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Монотонные последовательности. Существование предела у монотонной последовательности. Арифметические операции и предельный переход. Замечательный предел и число e. Свойства сходящихся последовательностей. Монотонные последовательности. Существование предела у монотонной последовательности. Арифметические операции и предельный переход. Замечательный предел и число e. Теорема Больцано—Вейерштрасса. Предел функции по Гейне, по Коши. Эквивалентность определений предела по Гейне и по Коши. Свойства предела. Предельный переход в неравенствах и при арифметических действиях. Односторонние пределы. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Классификация точек разрыва. Теоремы о непрерывных функциях: первая и вторая теоремы Вейерштрасса, теорема Больцано—Коши о промежуточном значении. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
3	Производная и формула Тейлора	<p>Производная функции. Геометрический и физический смысл. Дифференцирование элементарных функций. Правила дифференцирования. Производная обратной и сложной функции. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теоремы Ферма, Роля. Теоремы о среднем Лагранжа и Коши. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора. Остаточный член в формуле Тейлора в форме Лагранжа и в форме Пеано. Формулы Маклорена элементарных функций. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклые и вогнутые функции. Точки перегиба. Признаки точек перегиба. Исследование свойств функций с помощью производных.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788
4	Интегралы	<p>Первообразная функции, свойства первообразных. Неопределенный интеграл. Формула замены переменных, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических и других трансцендентных функций. Определенный интеграл Римана. Условие существования интеграла Римана. Формула Ньютона—Лейбница. Свойства интегрируемой функции. Теорема о среднем. Формула замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле. Понятие о несобственном интеграле. Интегрирование векторнозначных функций. Приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры, длина дуги кривой. Площадь поверхности вращения и объем тела вращения.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
5	Функции нескольких переменных	<p>Пространство R^n. Норма. Сходимость в R^n. Покоординатная сходимость. Функции многих переменных. Предел. Непрерывность. Теоремы Вейерштрасса для функций нескольких переменных. Дифференцирование скалярных функций нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Производная по направлению. Градиент. Дифференцируемость сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Неявные функции. Теорема о неявной функции. Дифференцируемые отображения. Теорема об обратном отображении.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788
6	Задачи на экстремум. Интегралы, зависящие от параметра	<p>Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия. Исследование стационарных точек. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа. Интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход, дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла. Несобственные интегралы. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственных интегралов. Интегралы Эйлера. Гамма-функция.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
7	Числовые и функциональные ряды. Степенные ряды, ряды Фурье	<p>Числовые ряды. Частичные суммы. Сходимость. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница.</p> <p>Знакопеременные ряды. Признаки Абеля и Дирихле. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная и неравномерная сходимость. Условие равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование функциональных рядов. Степенные ряды. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора.</p> <p>Приближенные вычисления с помощью рядов. Формула Стирлинга. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций. Коэффициенты Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Представление функций рядом Фурье. Признак Дирихле. Представление функций рядом Фурье: случай периодической и непериодической функции. Представление функций рядом Фурье: случай произвольного промежутка, четной и нечетной функции. Интеграл Фурье. Представление функций интегралом Фурье.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788
8	Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы	<p>Двойной интеграл. Свойства. Повторный интеграл. Вычисление двойных интегралов. Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах. Тройной интеграл. Свойства. Повторный интеграл. Вычисление тройных интегралов. Замена переменной в тройном интеграле. Приложения двойного и тройного интегралов.</p> <p>Криволинейные интегралы первого рода. Сведение к определенному интегралу. Криволинейные интегралы второго рода. Связь с интегралами первого рода. Приложения криволинейных интегралов. Формула Грина. Площадь фигуры. Независимость интеграла от пути интегрирования. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление интегралов. Поверхностный интеграл второго рода. Поток векторного поля через поверхность.</p>	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788

п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК
9	Элементы теории поля	Скалярные и векторные поля. Производная по направлению. Градиент скалярного поля. Дивергенция, ротор векторного поля. Соленоидальное и потенциальное векторное поле.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788
10	Основы комплексного анализа	Комплексная плоскость. Функция комплексного переменного. Голоморфные функции. Дифференцирование и интегрирование. Ряды Тейлора. Ряды Лорана. Особые точки. Вычеты.	https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=11788

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
1	Теория множеств. Числовые множества. Отображение множеств	10	12		20	42
2	Предел числовой последовательности, Предел функции, непрерывность	10	14		20	44
3	Производная и формула Тейлора	12	14		24	50
4	Интегралы	14	18		28	60
5	Функции нескольких переменных	12	16		24	52
6	Задачи на экстремум. Интегралы, зависящие от параметра	8	10		16	34
7	Числовые и функциональные ряды. Степенные ряды, ряды Фурье	10	12		20	42
8	Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы	8	14		16	38

№ п/п	Наименование темы (раздела)	Лекционные занятия	Практические занятия	Лабораторные занятия	Самостоятельная работа	Всего
9	Элементы теории поля	4	6		8	18
10	Основы комплексного анализа	12	16		24	52
		100	132	0	200	432

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Освоение дисциплины складывается из аудиторной работы (учебной деятельности, выполняемой под руководством преподавателя) и внеаудиторной работы (учебной деятельности, реализуемой обучающимся самостоятельно).

Аудиторная работа состоит из работы на лекциях и выполнения практических (или лабораторных) заданий в объёме, предусмотренном учебным планом. Лекция представляет собой последовательное и систематическое изложение учебного материала, направленное на знакомство обучающихся с основными понятиями и теоретическими положениями изучаемой дисциплины. Лекционные занятия формируют базу для практических (или лабораторных) занятий, на которых полученные теоретические знания применяются для решения конкретных практических задач. Обучающимся для успешного освоения дисциплины рекомендуется вести конспект лекций и практических (лабораторных) занятий.

Самостоятельная работа предполагает углублённое изучение отдельных разделов дисциплины с использованием литературы, рекомендованной преподавателем, а также конспектов лекций, презентационным материалом (при наличии) и конспектов практических (лабораторных) занятий. В качестве плана для самостоятельной работы может быть использован раздел 13.1 настоящей рабочей программы, в котором зафиксированы разделы дисциплины и их содержание. В разделе 13.2 рабочей программы определяется количество часов, отводимое на самостоятельную работу по каждому разделу дисциплины. Большее количество часов на самостоятельную работу отводится на наиболее трудные разделы дисциплины. Для самостоятельного изучения отдельных разделов дисциплины используется перечень литературы и других ресурсов, перечисленных в пунктах 15 и 16 настоящей рабочей программы.

Успешность освоения дисциплины определяется систематичностью и глубиной аудиторной и внеаудиторной работы обучающегося.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения выполнять все указания преподавателей, вовремя подключаться к online занятиям, ответственно подходить к заданиям для самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

№ п/п	Источник
1	Курс дифференциального и интегрального исчисления / Фихтенгольц Г. М. Т. 1: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 : учебник. Т. 1 / Фихтенгольц Г. М. — 13-е изд., стер. — 2019 .— 608 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3993-5 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/113948>.
2	Курс дифференциального и интегрального исчисления / Фихтенгольц Г. М. Т. 2: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 : учебник. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. — 13-е изд., стер. — 2019 .— 800 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3994-2 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/113949>.
3	Курс дифференциального и интегрального исчисления / Фихтенгольц Г. М. Т. 3: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3 : учебник. Т. 3 / Фихтенгольц Г. М. — 10-е изд., стер. — 2019 .— 656 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3995-9 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/113950>.
4	Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Демидович Б. П. — 21-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 624 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3985-0 .— <URL:https://e.lanbook.com/book/113942>.
5	Пантелеев, А. В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах [Электронный ресурс] / Пантелеев А. В., Якимова А. С. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2015 .— 448 с. — Допущено УМО по образованию в области прикладной математики и управления качеством в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлению «Прикладная математика» .— Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-1921-0 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=67463>.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
1	Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2 т. / Л.Д. Кудрявцев .— Москва : Физматлит, 2009. Т. 1: Дифференциальные и интегральные исчисления функций одной переменной. Ряды .— 3-е изд., перераб. — 2009 .— 400 с. — ISBN 978-5-9221-0184-4 .— <URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82814>.
2	Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2 т. / Л.Д. Кудрявцев .— Москва : Физматлит, 2009. Т. 2: Дифференциальные и интегральные исчисления функций многих переменных. Гармонический анализ .— 3-е изд., перераб. — 2010 .— 425 с. — ISBN 978-5-9221-0185-1 .— <URL:http://biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82818>.

№ п/п	Источник
3	Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа [Электронный ресурс] : учебное пособие / Берман Г. Н. — 8-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 492 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-0657-9 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/111199 >.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
1	ЗНБ ВГУ: https://lib.vsu.ru/
2	Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online": http://biblioclub.ru/
3	Электронно-библиотечная система "Лань": https://e.lanbook.com/
4	Электронно-библиотечная система "Консультант студента": http://www.studmedlib.ru
5	Электронный университет ВГУ: https://edu.vsu.ru/

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы

№ п/п	Источник
1	Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу [Электронный ресурс] : учебное пособие / Демидович Б. П. — 21-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019 .— 624 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3985-0 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/113942 >.
2	Курс дифференциального и интегрального исчисления / Фихтенгольц Г. М. Т. 1: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 1 : учебник. Т. 1 / Фихтенгольц Г. М. — 13-е изд., стер. — 2019 .— 608 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3993-5 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/113948 >.
3	Курс дифференциального и интегрального исчисления / Фихтенгольц Г. М. Т. 2: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 2 : учебник. Т. 2 / Фихтенгольц Г. М. — 13-е изд., стер. — 2019 .— 800 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3994-2 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/113949 >.
4	Курс дифференциального и интегрального исчисления / Фихтенгольц Г. М. Т. 3: Курс дифференциального и интегрального исчисления. В 3-х тт. Том 3 : учебник. Т. 3 / Фихтенгольц Г. М. — 10-е изд., стер. — 2019 .— 656 с. — Книга из коллекции Лань - Математика .— ISBN 978-5-8114-3995-9 .— <URL: https://e.lanbook.com/book/113950 >.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины,

включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение):

При реализации дисциплины могут использоваться технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии на базе портала edu.vsu.ru, а также другие доступные ресурсы сети Интернет.

18. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 477

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 479

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-8400-2,8ГГц, монитор с ЖК 19», мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 505п

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i5-3220-3.3ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 292

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя Pentium-G3420-3,2ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран. Система для видеоконференций Logitech ConferenceCam

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 297

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 380

Учебная аудитория: специализированная мебель, компьютер преподавателя i3-3240-3,4ГГц, монитор с ЖК 17", мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 305п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

394018, г. Воронеж, площадь Университетская, д. 1, ауд. 307п

Учебная аудитория: специализированная мебель, ноутбук HP Pavilion Dv9000-er, мультимедийный проектор, экран

ПО: ОС Windows v.7, 8, 10, Набор утилит (архиваторы, файл-менеджеры), LibreOffice v.5-7, Foxit PDF Reader

19. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Разделы дисциплины (модули)	Код компетенции	Код индикатора	Оценочные средства для текущей аттестации
1	Разделы 1-10	ОПК-1	ОПК-1.1	Контрольная работа, письменный опрос
2	Разделы 1-10	ОПК-1	ОПК-1.2	Контрольная работа, письменный опрос
3	Разделы 1-10	ОПК-1	ОПК-1.3	Контрольная работа, письменный опрос

Промежуточная аттестация

Форма контроля - Экзамен

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Список вопросов к экзамену

20 Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

20.1 Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- контрольная работа;
- письменный опрос.

Перечень заданий для контрольных работ

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Определить множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, если:

$$A = \{x: x^2 - 3x < 0\}, \quad B = \{x: x^2 - 4x + 3 = 0\}.$$

2. Решить неравенство:

$$|x| > |x + 1|.$$

3. Доказать с использованием метода математической индукции следующее утверждение:

$$1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}.$$

4. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = 0$, если $x_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$, $n \in \mathbb{N}$.

5. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{2} \sqrt[4]{2} \sqrt[8]{2} \dots \sqrt[2^n]{2})$.

Вариант 2

1. Определить множества $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \Delta B$, если:

$$A = \{x: \sin \pi x = 0\}, B = \{x: \cos \frac{\pi x}{2} = 0\}.$$

2. Решить неравенство:

$$|x + 2| + |x - 2| \leq 12.$$

3. Доказать с использованием метода математической индукции следующее утверждение (бином Ньютона):

$$(a + b)^n = \sum_{i=0}^n C_n^i a^{n-i} b^i, \quad C_n^i = \frac{n!}{i!(n-i)!}, \quad n \in \mathbb{N}.$$

4. Доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = \infty$, если $x_n = 2^{\sqrt{n}}$, $n \in \mathbb{N}$.

5. Найти $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} \right)$.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

Вычислить следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1+\alpha x} \sqrt[n]{1+\beta x} - 1}{x}$.

2. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\sin x - \sin a}{x - a}$.

3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 - x + 1}{2x^2 + x + 1} \right)^{\frac{x^3}{1-x}}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \right]^{\operatorname{ctg} x}$.

Вариант 2

Вычислить следующие пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(1-\sqrt{x})(1-\sqrt[3]{x}) \dots (1-\sqrt[n]{x})}{(1-x)^{n-1}}$.

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{1+x} \sin x - \sqrt{\cos x}}$.

3. $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\ln x - \ln a}{x - a}$.

4. $\lim_{x \rightarrow \infty} [\sin \ln(x+1) - \sin \ln x]$.

Контрольная работа № 3

Вариант 1

Используя различные методы, найти интегралы:

1. $\int \frac{dx}{1 + \sin x}$.

2. $\int \frac{dx}{\sin x}$.

3. $\int \frac{dx}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}$.

4. $\int \sqrt{x} \ln^2 x \, dx$.

5. $\int x \sin \sqrt{x} \, dx$.

Вариант 2

Используя различные методы, найти интегралы:

1. $\int \frac{x^3 dx}{x^8 - 2}$.

2. $\int \frac{dx}{\operatorname{sh} x}$.

3. $\int x(1-x)^{10} \, dx$.

4. $\int \sqrt{\frac{a+x}{a-x}} \, dx$.

5. $\int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{(1+x^2)^{3/2}} \, dx$.

Контрольная работа № 4

Вариант 1

1. Пользуясь определением (суммы Дарбу), найти значение следующего определённого интеграла:

$$\int_{-1}^2 x^2 \, dx.$$

2. Пользуясь различными методами, найти следующие определённые интегралы:

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{\operatorname{tg} x \, dx}{1+x^2 \cos x}, \quad \int_0^{\pi} \frac{dx}{1+\sin x}.$$

3. Вычислить длину дуги следующей кривой:

$$y = \ln x, \sqrt{3} \leq x \leq \sqrt{8}.$$

4. Найти объём тела, ограниченного следующими поверхностями:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad z = \pm c.$$

5. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_0^{\infty} \frac{x^2 + 1}{x^4 + 1} dx.$$

Вариант 2

1. Пользуясь определением (суммы Дарбу), найти значение следующего определённого интеграла:

$$\int_0^1 a^x dx \quad (a > 0).$$

2. Пользуясь различными методами, найти следующие определённые интегралы:

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2 - 2x \cos \alpha + 1} \quad (0 < \alpha < \pi), \quad \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx.$$

3. Вычислить длину дуги следующей кривой:

$$y = a \ln \frac{a^2}{a^2 - x^2}, \quad 0 \leq x \leq b < a.$$

4. Найти объём тела, полученного при вращении вокруг оси Oy отрезков следующих линий:

$$y = \sin x, \quad y = 0 \quad (0 \leq x \leq \pi).$$

5. Вычислить несобственный интеграл:

$$\int_{-1}^1 \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$$

Контрольная работа № 5

Вариант 1

1. Доказать непосредственно сходимость следующего ряда и найти его сумму:

$$1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \dots + \frac{(-1)^{n-1}}{2^{n-1}} + \dots$$

2. Исследовать на сходимость следующий знакопостоянный ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 1}{2n^2 + 3} \right)^{n^2}.$$

3. Исследовать на сходимость следующий знакопеременный ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin^2 n}{n}.$$

4. Пользуясь мажоритарным признаком Вейерштрасса, доказать равномерную сходимость в указанном промежутке следующего функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{x^{2n} + 3^n}, \quad |x| < +\infty.$$

5. Определить радиус и интервал сходимости, а также исследовать поведение в граничных точках интервала сходимости следующего степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^p}$$

Вариант 2

1. Доказать непосредственно сходимость следующего ряда и найти его сумму:

$$\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2}\right) + \dots + \left(\frac{1}{2^n} + \frac{1}{3^n}\right) + \dots$$

2. Исследовать на сходимость следующий знакпостоянный ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \prod_{i=1}^n \frac{4 + 3(i-1)}{2 + 4(i-1)}$$

3. Исследовать на сходимость следующий знакпеременный ряд:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n} + (-1)^n}$$

4. Пользуясь мажоритарным признаком Вейерштрасса, доказать равномерную сходимость в указанном промежутке следующего функционального ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx}{1 + n^5 x^2}, \quad |x| < +\infty.$$

5. Определить радиус и интервал сходимости, а также исследовать поведение в граничных точках интервала сходимости следующего степенного ряда:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2} x^n.$$

Перечень вопросов для письменных опросов

Раздел 1. Теория множеств. Числовые множества. Отображение множеств.

1. Множества. Операции над множествами.
2. Свойства операций пересечения, объединения разности, декартового произведения.
3. Множество натуральных чисел. Метод математической индукции.
4. Композиция отображений. Сюръективные и инъективные отображения. Биективные отображения. Обратное отображение.
5. Счетные множества. Множество целых чисел, множество рациональных чисел. Плотность рациональных чисел. Действительные числа.
6. Аксиоматика действительных чисел. Счетность множества рациональных чисел. Несчетность множества вещественных чисел. Модуль, абсолютная величина числа.
7. Промежутки, окрестности. Принцип вложенных отрезков.
8. Элементарные функции вещественного переменного. Бином Ньютона.
9. Ограниченные множества. Точные грани множеств. Свойства точной верхней и нижней грани множества. Понятие последовательности и подпоследовательности.

Раздел 2. Предел числовой последовательности, Предел функции, непрерывность.

1. Предел последовательности. Единственность предела. Предельный переход в неравенствах. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
2. Свойства сходящихся последовательностей. Монотонные последовательности. Существование предела у монотонной последовательности. Арифметические операции и предельный переход.
3. Замечательный предел и число e . Теорема Больцано—Вейерштрасса.
4. Предел функции по Гейне, по Коши. Эквивалентность определений предела по Гейне и по Коши.
5. Свойства предела. Предельный переход в неравенствах и при арифметических действиях. Односторонние пределы. Замечательные пределы.
6. Бесконечно малые и бесконечно большие. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.
7. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность. Непрерывность сложной функции. Непрерывность элементарных функций. Классификация точек разрыва.
8. Теоремы о непрерывных функциях: первая и вторая теоремы Вейерштрасса, теорема Больцано—Коши о промежуточном значении. Равномерная непрерывность. Теорема Кантора о равномерной непрерывности.

Раздел 3. Производная и формула Тейлора

1. Производная функции. Геометрический и физический смысл. Дифференцирование элементарных функций.
2. Правила дифференцирования. Производная обратной и сложной функции.
3. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.
4. Теоремы Ферма, Роля. Теоремы о среднем Лагранжа и Коши. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.
5. Формула Тейлора. Остаточный член в формуле Тейлора в форме Лагранжа и в форме Пеано. Формулы Маклорена элементарных функций.
6. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума. Выпуклые и вогнутые функции. Точки перегиба. Признаки точек перегиба. Исследование свойств функций с помощью производных.

Раздел 4. Интегралы

1. Первообразная функции, свойства первообразных. Неопределенный интеграл. Формула замены переменных, интегрирование по частям.
2. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических и других трансцендентных функций.
3. Определенный интеграл Римана. Условие существования интеграла Римана. Формула Ньютона—Лейбница.
4. Свойства интегрируемой функции. Теорема о среднем. Формула замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.

5. Понятие о несобственном интеграле. Интегрирование векторнозначных функций.
6. Приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры, длина дуги кривой. Площадь поверхности вращения и объем тела вращения.

Раздел 5. Функции нескольких переменных

1. Пространство R^n . Норма. Сходимость в R^n . Покоординатная сходимость.
2. Функции многих переменных. Предел. Непрерывность. Теоремы Вейерштрасса для функций нескольких переменных.
3. Дифференцирование скалярных функций нескольких переменных. Частные производные. Полный дифференциал. Производная по направлению. Градиент. Дифференцируемость сложной функции.
4. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Неявные функции. Теорема о неявной функции.
5. Дифференцируемые отображения. Теорема об обратном отображении.

Раздел 6. Задачи на экстремум. Интегралы, зависящие от параметра.

1. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия. Исследование стационарных точек.
2. Достаточные условия экстремума. Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа.
3. Интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход, дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла. Несобственные интегралы.
4. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра. Дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственных интегралов.
5. Интегралы Эйлера. Гамма-функция.

Раздел 7. Числовые и функциональные ряды. Степенные ряды, ряды Фурье.

1. Числовые ряды. Частичные суммы. Сходимость.
2. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с положительными членами.
3. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Знакопеременные ряды. Признаки Абеля и Дирихле.
4. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная и неравномерная сходимость. Условие равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
5. Степенные ряды. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора. Приближенные вычисления с помощью рядов. Формула Стирлинга.
6. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций. Коэффициенты Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Представление функций рядом Фурье.
7. Признак Дирихле. Представление функций рядом Фурье: случай периодической и непериодической функции. Представление функций рядом Фурье: случай произвольного промежутка, четной и нечетной функции.
8. Интеграл Фурье. Представление функций интегралом Фурье.

Раздел 8. Кратные интегралы. Криволинейные и поверхностные интегралы.

1. Двойной интеграл. Свойства. Повторный интеграл. Вычисление двойных интегралов. Замена переменной в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
2. Тройной интеграл. Свойства. Повторный интеграл. Вычисление тройных интегралов. Замена переменной в тройном интеграле. Приложения двойного и тройного интегралов.
3. Криволинейные интегралы первого рода. Сведение к определенному интегралу. Криволинейные интегралы второго рода. Связь с интегралами первого рода. Приложения криволинейных интегралов.
4. Формула Грина. Площадь фигуры. Независимость интеграла от пути интегрирования.
5. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности. Поверхностный интеграл первого рода. Вычисление интегралов.
6. Поверхностный интеграл второго рода. Поток векторного поля через поверхность.

Раздел 9. Элементы теории поля.

1. Скалярные и векторные поля.
2. Производная по направлению. Градиент скалярного поля.
3. Дивергенция, ротор векторного поля.
4. Соленоидальное и потенциальное векторное поле.

Раздел 10. Основы комплексного анализа

1. Функция комплексного переменного. Голоморфные функции.
2. Дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного.
3. Ряды Тейлора и Лорана.
4. Особые точки. Вычеты.

20.2 Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

- собеседование по экзаменационным билетам.

Перечень вопросов к экзамену

1. Множества. Операции над множествами. Свойства операций пересечения, объединения разности, декартового произведения.
2. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
3. Промежутки, окрестности. Принцип вложенных отрезков.
4. Производная функции. Геометрический и физический смысл. Дифференцирование элементарных функций.
5. Элементарные функции вещественного переменного. Бином Ньютона.
6. Свойства сходящихся последовательностей. Монотонные последовательности.
7. Ограниченные множества. Точные грани множеств.
8. Предел последовательности. Единственность предела.

9. Замечательный предел и число e . Теорема Больцано—Вейерштрасса.
10. Правила дифференцирования. Производная обратной и сложной функции.
11. Предел функции по Гейне, по Коши. Эквивалентность определений предела по Гейне и по Коши.
12. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.
13. Свойства предела. Предельный переход в неравенствах и при арифметических действиях. Односторонние пределы. Замечательные пределы.
14. Теоремы Ферма, Роля.
15. Непрерывность функции в точке и на множестве. Односторонняя непрерывность.
16. Экстремум функции. Необходимые и достаточные условия экстремума.
17. Бесконечно малые и бесконечно большие. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших.
18. Теоремы о среднем Лагранжа и Коши. Правило Лопиталья раскрытия неопределенностей.
19. Теоремы о непрерывных функциях: первая и вторая теоремы Вейерштрасса, теорема Больцано—Коши о промежуточном значении.
20. Выпуклые и вогнутые функции. Точки перегиба. Признаки точек перегиба.
21. Первообразная функции, свойства первообразных.
22. Экстремум функции многих переменных. Необходимые условия.
23. Неопределенный интеграл. Формула замены переменных, интегрирование по частям.
24. Интегралы Эйлера. Гамма-функция.
25. Определенный интеграл Римана. Условие существования интеграла Римана.
26. Функции многих переменных. Предел. Непрерывность. Теоремы Вейерштрасса для функций нескольких переменных.
27. Интегрирование рациональных и иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических и других трансцендентных функций.
28. Пространство R^n . Норма. Сходимость в R^n . Покоординатная сходимость.
29. Свойства интегрируемой функции. Теорема о среднем.
30. Дифференцирование скалярных функций нескольких переменных. Частные производные.
31. Формула замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле.
32. Интегралы, зависящие от параметра. Предельный переход, дифференцирование и интегрирование под знаком интеграла.
33. Полный дифференциал. Производная по направлению. Градиент.
34. Равномерная сходимость несобственных интегралов, зависящих от параметра.
35. Приложения определенного интеграла: площадь плоской фигуры, длина дуги кривой.
36. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора.
37. Приложения определенного интеграла: площадь поверхности вращения и объем тела вращения.
38. Неявные функции многих переменных. Теорема о неявной функции.
39. Условие существования интеграла Римана. Формула Ньютона—Лейбница.
40. Дифференцируемость и интегрируемость по параметру несобственных интегралов.
41. Числовые ряды. Частичные суммы.

42. Двойной интеграл. Свойства. Повторный интеграл.
43. Свойства сходящихся рядов. Критерий Коши. Признаки сходимости рядов с положительными членами.
44. Вычисление двойных интегралов. Замена переменной в двойном интеграле.
45. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Знакопеременяющиеся ряды. Признак Лейбница.
46. Тройной интеграл. Свойства. Повторный интеграл.
47. Знакопеременные ряды. Признаки Абеля и Дирихле.
48. Вычисление тройных интегралов. Замена переменной в тройном интеграле. Приложения двойного и тройного интегралов.
49. Функциональные ряды и последовательности. Равномерная и неравномерная сходимость.
50. Криволинейные интегралы первого рода. Сведение к определенному интегралу.
51. Условие равномерной сходимости функционального ряда. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование функциональных рядов.
52. Ряды Фурье. Ортогональные системы функций. Коэффициенты Фурье. Сходимость ряда Фурье в точке. Представление функций рядом Фурье.
53. Степенные ряды. Область сходимости и радиус сходимости степенного ряда. Ряд Тейлора.
54. Криволинейные интегралы второго рода. Связь с интегралами первого рода. Приложения криволинейных интегралов.
55. Интеграл Фурье. Представление функций интегралом Фурье.
56. Формула Грина. Площадь фигуры. Независимость интеграла от пути интегрирования.
57. Двусторонние поверхности. Ориентация поверхности. Поверхностный интеграл первого рода.
58. Скалярные и векторные поля. Производная по направлению. Градиент скалярного поля.
59. Поверхностный интеграл второго рода. Поток векторного поля через поверхность.
60. Дивергенция, ротор векторного поля. Соленоидальное и потенциальное векторное поле.
61. Функция комплексного переменного. Голomorphic функции.
62. Дифференцирование и интегрирование функции комплексного переменного.
63. Ряды Тейлора и Лорана.
64. Особые точки. Вычеты.